Exercice 23 :

Dans le plan P orienté , rapporté au repère orthonormé direct $(\vec{O},\vec{i},\vec{j})$, on considère les points distincts A , B et C d'affixes respectives a , b et –b .

1°/ Donner une condition nécessaire et suffisante vérifiée par a et b pour les points A , B et C soient alignés .

On suppose dans la suite que les points A , B et C ne sont pas alignés et que $(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC})$ est de sens direct

2°/ Sur les droites (AB) et (AC) , à l'extérieur du triangle ABC , on construit les carrés AFGB et ACDE et le parallélogramme AEHF de façon que $(\overrightarrow{AF},\overrightarrow{AB})$ et $(\overrightarrow{AC},\overrightarrow{AE})$ soient de sens direct .

a) En considérant la rotation de centre A qui transforme C en E , montrer que l'affixe e du point E est e = –ib + a (1 - i) .

b) Calculer les affixes f , h et d des points F, H et D en fonction de a et b .

3°/ En déduire que :

a) FE = 2OA et que (OA) ⊥ (EF)

b) BD = CH et que (BD) ⊥ (CH)